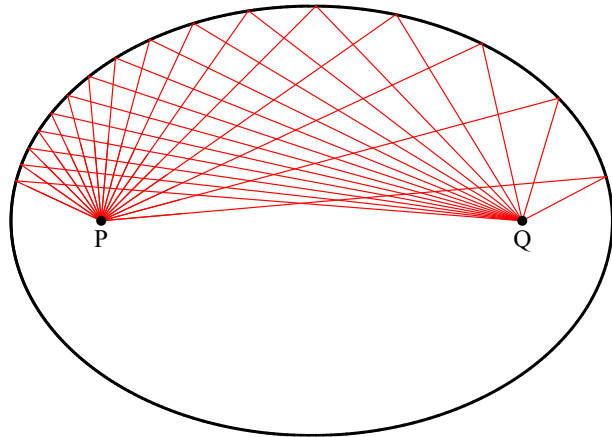


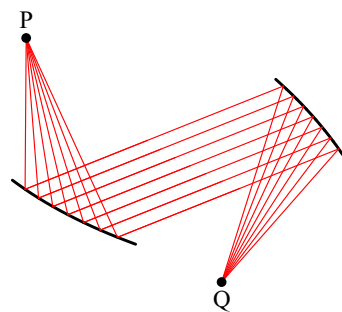
Beispiele stigmatischer Optik

Eine aus Spiegel(n) und/oder Linse(n) bestehende optische Anordnung heißt **stigmatisch**, wenn es zwei Punkte P und Q gibt, so dass jeder von P ausgehende Lichtstrahl nach Reflexion(en) und/oder Brechung(en) durch Q geht.

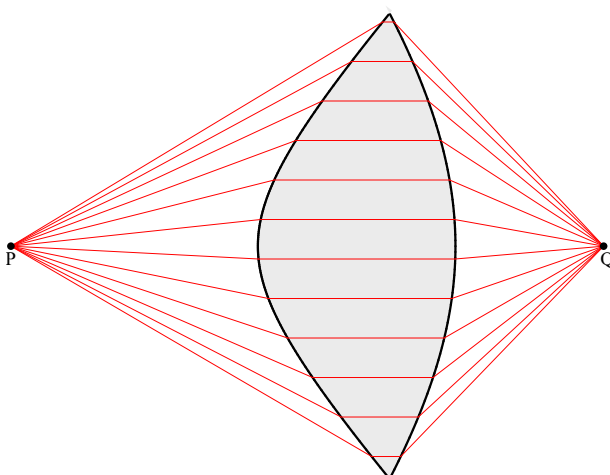
Das bekannteste Beispiel ist die Ellipse mit den Brennpunkten P und Q. Jeder von P ausgehende Strahl wird an der Ellipsen-Innenwand so reflektiert, dass er anschließend durch Q geht.



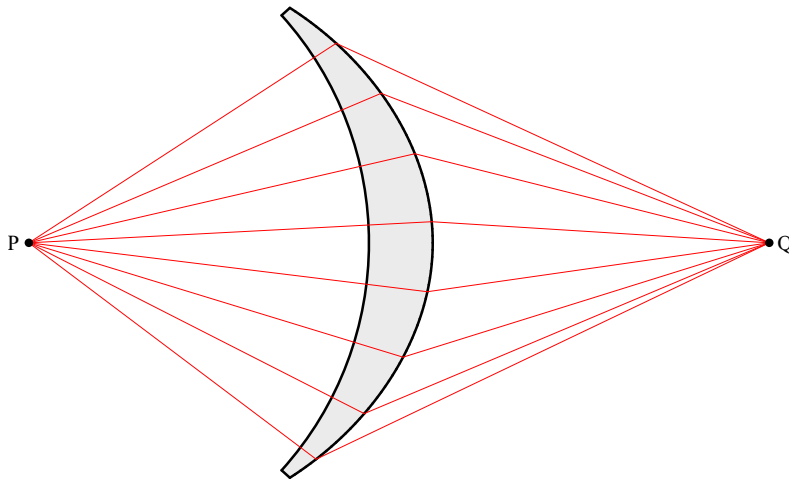
Nicht mehr so bekannt ist, dass man diesen Effekt auch mit zwei Parabolspiegeln mit den Brennpunkten P und Q erreichen kann. In der Skizze sind die zugehörigen Leitlinien eingetragen.



Bekommt man diesen Effekt auch mit einer Linse hin?



Da bei einer plankonvexen hyperbolischen Linse, deren Brechungsindex mit der Exzentrizität der Hyperbel übereinstimmt, jeder Strahl durch den Brennpunkt so gebrochen wird, dass er anschließend achsenparallel verläuft und da der Lichtweg umkehrbar ist, kann man zwei plankonvexe hyperbolische Linsen zusammenfügen. Die Brennweiten der beiden Randhyperbeln können unterschiedlich sein, die Exzentrizitäten müssen übereinstimmen.



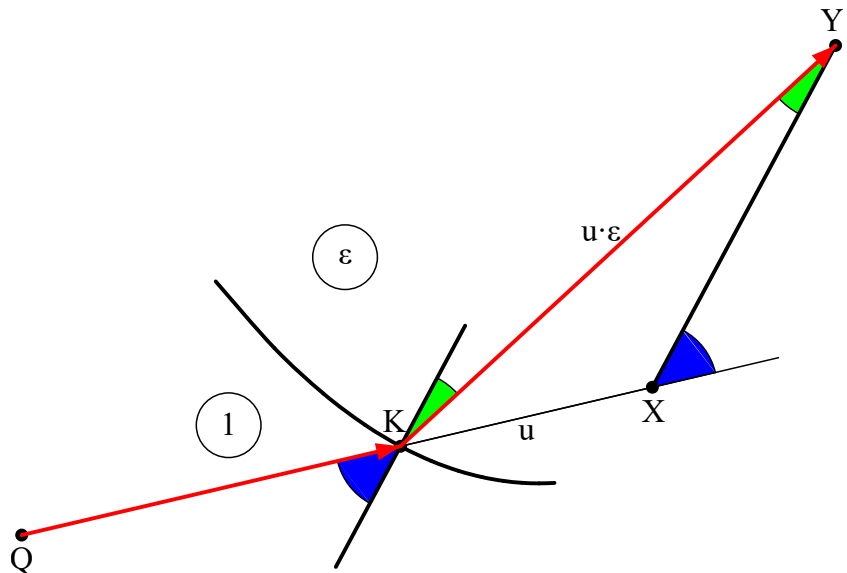
Es geht auch mit einer einzigen Linse: Diese wird im Querschnitt links von einem Kreis um P begrenzt und rechts von einem cartesischen Oval, dessen Punkte K die Beziehung

$$\varepsilon \cdot KP + KQ = \text{const}$$

erfüllen. Dabei ist ε der Brechungsindex der Linse. Alle von P ausgehenden Strahlen treffen sich in Q, und alle von Q ausgehenden Strahlen treffen sich in P.

Wie wurden die Skizzen konstruiert, d.h.: Wie konstruiert man zu einem einfallenden Strahl den gebrochenen Strahl? Die wohl einfachste Methode stammt von Ferdinand LIPPICH (1838 - 1913)¹:

Links von der (fett gezeichneten) Begrenzungskurve ist der Brechungsindex 1, rechts ist er $\varepsilon > 1$. Ein von Q ausgehender Lichtstrahl treffe die Kurve in K. Die Normale in K ist auch fett gezeichnet. Dann sei X irgendwo auf der Verlängerung von QK. In X wird die Parallele zur Normalen von K gezeichnet; ein Kreis um P mit dem Radius $KX \cdot \varepsilon$ trifft diese Parallele in Y.

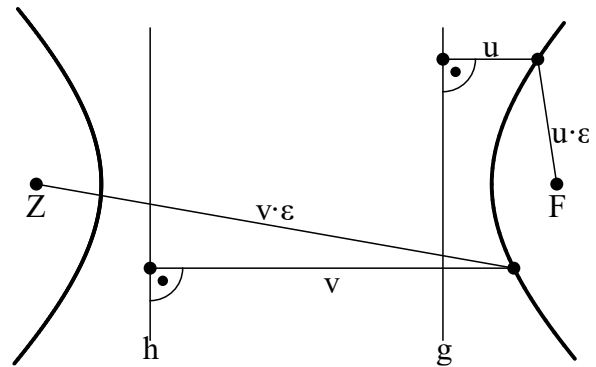


Der Einfallswinkel ist blau, der Brechungswinkel grün. Im Dreieck KXY gilt dann $\frac{\sin(\text{blau})}{\varepsilon} = \frac{\sin(\text{grün})}{1}$, also das Brechungsgesetz. Daher ist KY der gebrochene Strahl.

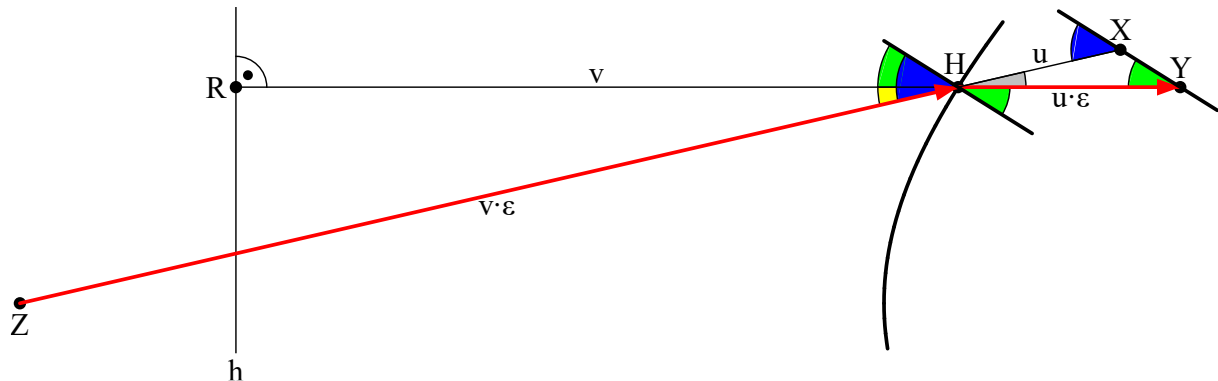
Oben kamen plankonvexe hyperbolische Linsen vor. Was hat es damit auf sich?

¹ W. Hinrichs (1911): Einführung in die geometrische Optik. Leipzig: G.J.Götschen'sche Verlagshandlung.

Für eine Hyperbel mit den Brennpunkten Z und F und den Leitlinien h und g und der Exzentrizität $\epsilon > 1$ gilt bekanntlich für jeden Kurven-Punkt, dass der Abstand zu einem Brennpunkt ϵ -mal so groß ist wie der Abstand zur zugehörigen Leitlinie.



Diese Eigenschaft lässt sich für ein Linsen-Design fruchtbar machen:



Ein von Z ausgehender Lichtstrahl trifft den rechten Hyperbelast in H. Links vom rechten Hyperbelast ist Luft und rechts Glas mit dem Brechungsindex ϵ . Der Einfallswinkel ist wieder blau, der Brechungswinkel grün und der Differenzwinkel gelb. Da im Dreieck HXY auch der graue Winkel die Größe blau-grün hat, ist ZHR ähnlich zu HXY und damit HY senkrecht zur Leitgeraden h.

Demnach werden alle von Z ausgehenden Strahlen so gebrochen, dass sie nach der Brechung zur Leitgeraden senkrecht verlaufen.

