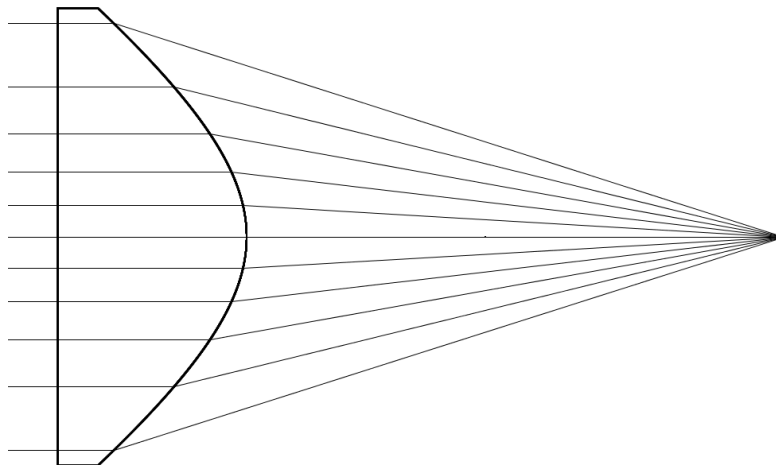
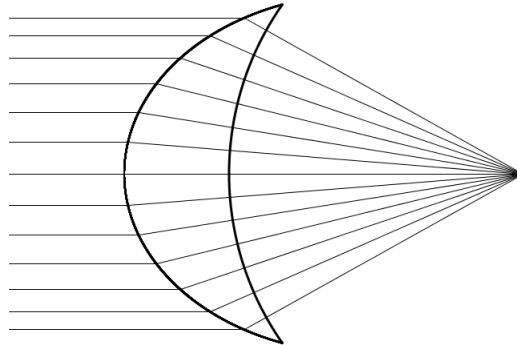


Linsen und Kegelschnitte¹

1. Einleitung

Vor einiger Zeit erschien in dieser Zeitschrift ein Aufsatz (Kamber, Berechnung von optischen Linsen; MNU 60/6 (2007); 338-339), in dem die Verwendung von Kegelschnitten bei Linsen gezeigt wurde. Man sucht eine Linsenform, mit der *alle* achsenparallelen Strahlen nach der Brechung durch einen Punkt gehen.

Die Aufgabe hat zwei Lösungen: Man kann eine elliptisch-sphärische Linse nehmen oder eine plan-hyperbolische Linse.

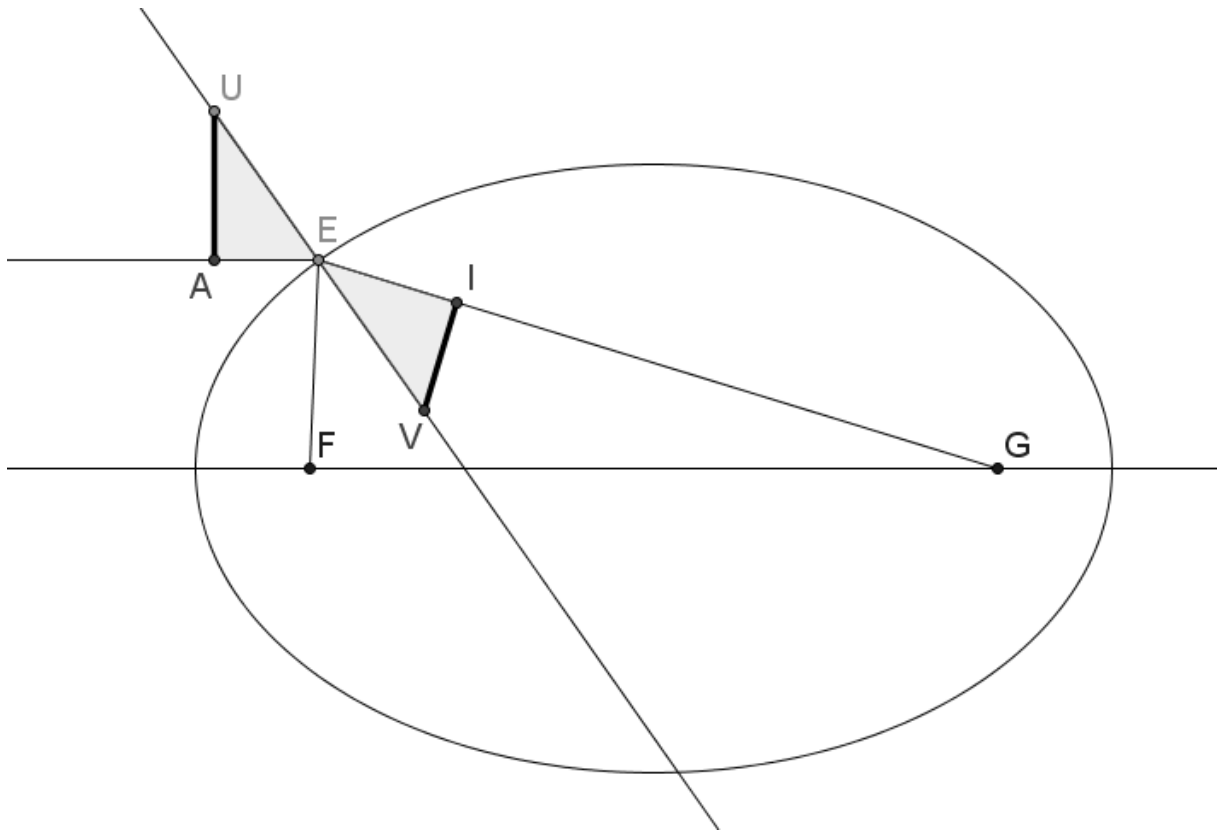


Dass Ellipsen und Hyperbeln diese Brechungseigenschaften haben, lässt sich mit Hilfe von Leitlinien leicht einsehen; da aber diesbezügliche Kenntnisse leider aus jedem Curriculum entfernt wurden, soll hier ein experimentell-dynamischer Weg zu diesen Eigenschaften vorgestellt werden, der die dynamische Geometrie-Software Geogebra benutzt.

2. Ellipsen

Ellipsen lassen sich in Geogebra definieren durch Angabe der Brennpunkte F und G sowie der Hauptachsenlänge a; der Befehl lautet `Ellipse[F, G, a]`; natürlich muss a hinreichend groß sein.

¹ erschien in: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht **61** (6); S. 373 - 374 (2008).



E liegt auf der Kurve, und es wird die dort vorhandene Tangente durch Tangente[E, c] erzeugt (c ist der Name der Ellipse). Interessanter ist die nunmehr elementargeometrisch konstruierbare Normale in E.

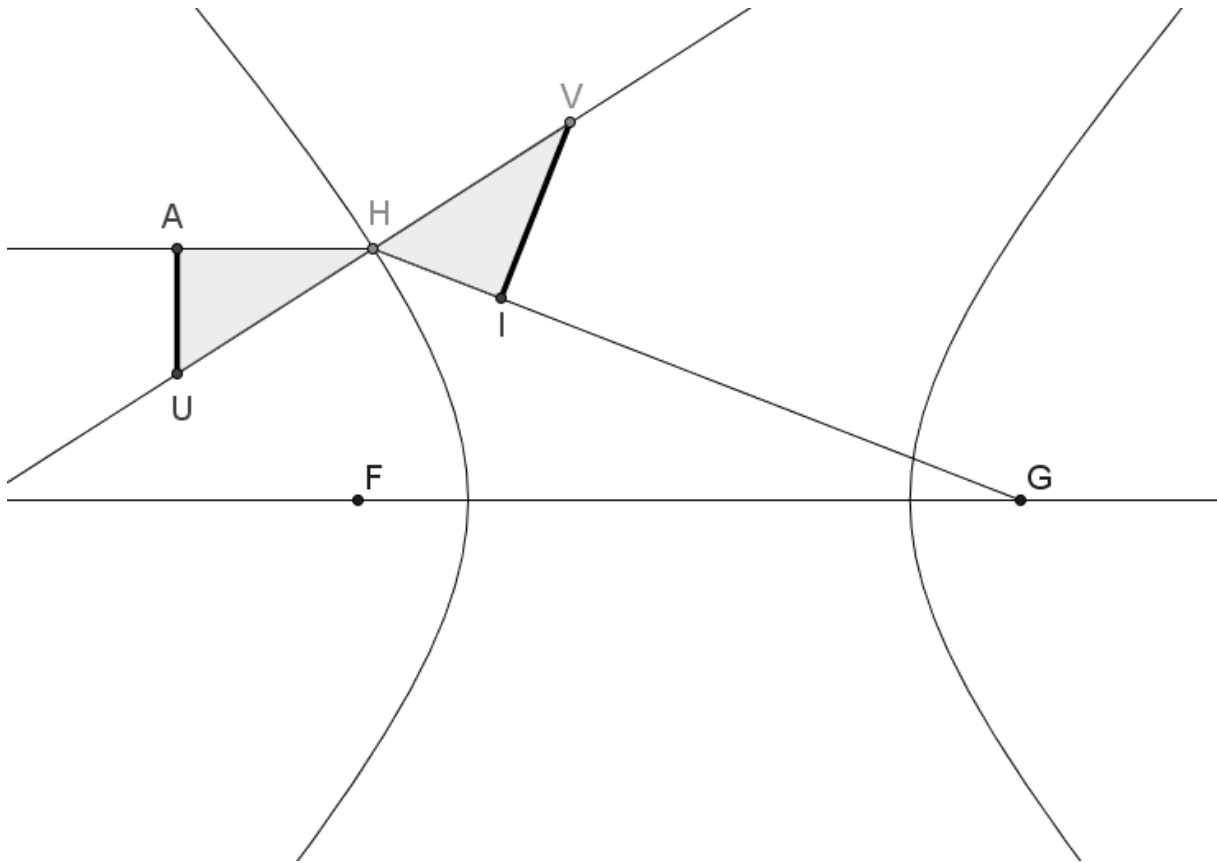
Ein in E von außen auf die Ellipse fallender Strahl soll nun so gebrochen werden, dass er anschließend durch G verläuft. Beide Teilstrahlen sind leicht zu konstruieren.

Um zu einer bei Bewegung von E auf c invarianten Größe zu kommen, könnte man die Sinuswerte der Winkel VEI und UEA dividieren. Noch elementarer ist der folgende Weg: Man definiert U und V auf der Normalen so, dass sie gleichen Abstand zu E haben (damit liegen die Hypotenusen der getönten Dreiecke fest). A und I sind die Lotfußpunkte von U bzw. V auf den ein- bzw. ausfallenden Strahl. Dividiert man die Längen UA und IV miteinander, so ergibt sich bei Bewegung von E ein konstanter Wert: Das Brechungsgesetz ist erfüllt!

Man überzeugt sich leicht davon, dass der Brechungsindex vom Abstand FG abhängt. Man kann also die Brennpunkte so wählen, dass der Brechungsindex als Glasmaterial-Konstante realisiert wird.

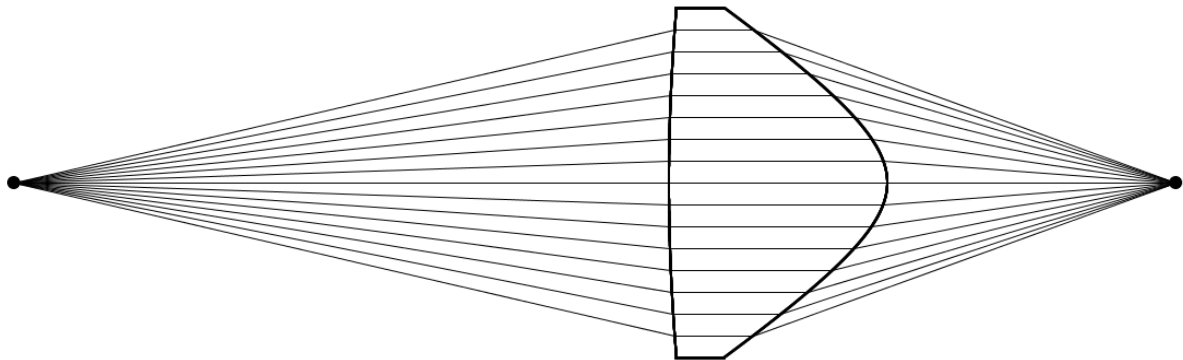
3. Hyperbeln

Hier ist die Vorgehensweise analog; mit hinreichend kleinem a liefert Hyperbel[F, G, a] eine Hyperbel. Der Rest der Argumentation lässt sich wörtlich übernehmen.



4. Ausblick

Auch eine überall exakte Abbildung von Brennpunkt zu Brennpunkt ist durch die Kombination zweier hyperbolischer Begrenzungen möglich:



Natürlich wird durch die vorgestellten Linsentypen nur die sphärische Aberration korrigiert; um auch die chromatische Aberration zu behandeln, bedarf es wesentlich komplizierterer Methoden.