

Die Doppelwinkelformeln von Sinus und Cosinus

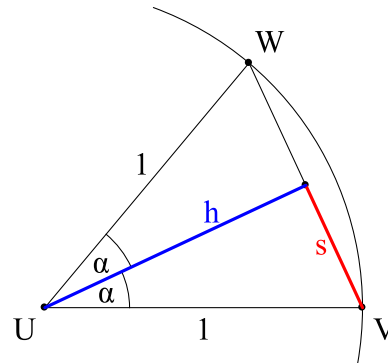
:
;

Wir betrachten den Flächeninhalt A des gleichschenkligen Dreiecks UVW .

Einerseits ist $A = \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)$, andererseits

hat man wegen $h = \cos \alpha$ und $s = \sin \alpha$ die

Beziehung $\frac{A}{2} = \frac{1}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$.



Beide Formeln zusammen liefern die Doppelwinkelformel

$$\sin(2 \cdot \alpha) = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Im gesamten Dreieck UVW ist $(2 \cdot s)^2 = 2 - 2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$ nach dem Cosinussatz; andererseits ist $s = \sin \alpha$. Beide Formeln zusammen liefern

$$2 \cdot \sin^2 \alpha = 1 - \cos(2 \cdot \alpha)$$

und damit die Doppelwinkelformel

$$\cos(2 \cdot \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$$